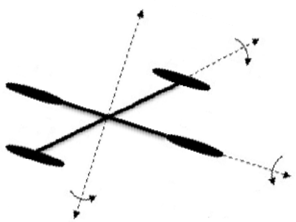
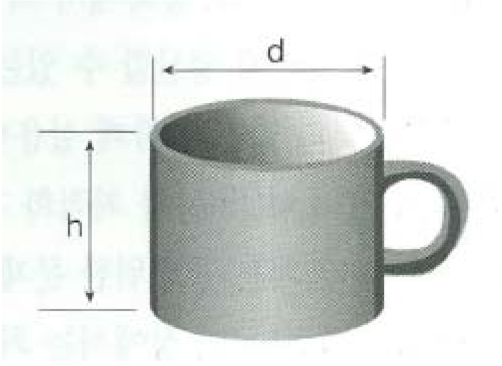
최적화 설계



- 최적화 설계 수식화



-최소재료비의 결정

-설계변수는 가급적 최소로 독립적으로

-높이와 직경

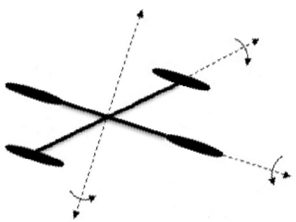
단위 면적당 재료가격 $Z(d, h) = A\left(\frac{\pi}{4}d^2 + \pi dh\right)$

$$\boxed{Minimize\ Z = \frac{\pi}{4}d^2 + \pi dh}$$

설계변수의 제한조건 $V(d, h) = \frac{\pi}{4}d^2 h \geq 500$

$$5 \leq d \leq 9$$

$$10 \leq h \leq 15$$



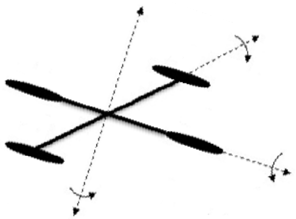
- 문제의 수식화

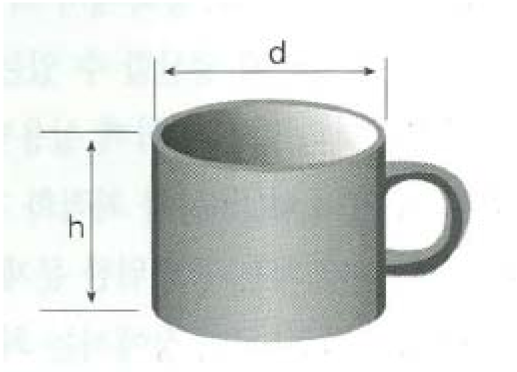
$$
\begin{aligned}
&\textit{Minimize } Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \cdots + c_nX_n \\
&\textit{Subject to} \quad a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n \geq b_1 \\
&\qquad\qquad\quad a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n \geq b_2 \\
&\qquad\qquad\quad \vdots \qquad\qquad \ddots \qquad\qquad \vdots \\
&\qquad\qquad\quad a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \cdots + a_{mn}X_n \geq b_m \\
&\qquad\qquad\quad X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \cdots, X_n \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\textit{Minimize } Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \cdots + c_nX_n \\
&\textit{Subject to} \quad a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n \leq b_1 \\
&\qquad\qquad\quad a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n \leq b_2 \\
&\qquad\qquad\quad \vdots \qquad\qquad \ddots \qquad\qquad \vdots \\
&\qquad\qquad\quad a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \cdots + a_{mn}X_n \leq b_m \\
&\qquad\qquad\quad X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \cdots, X_n \leq 0
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{
\begin{aligned}
&\textit{Minimize } Z = \sum_{j=1}^{n} c_jX_j \\
&\textit{Subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \geq b_i \\
&\qquad\qquad\qquad\quad X_j \geq 0
\end{aligned}
}
$$

$$
\boxed{
\begin{aligned}
&\textit{Minimize } Z = \sum_{i=1}^{n} c_jX_j \\
&\textit{Subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \leq b_i \\
&\qquad\qquad\qquad\quad X_j \geq 0
\end{aligned}
}
$$





$$\text{Minimize } Z = \frac{\pi}{4}d^2 + \pi d h$$

$$V(d, h) = \frac{\pi}{4}d^2 h \geq 500$$

$$5 \leq d \leq 9$$

$$10 \leq h \leq 15$$

$$\text{Minimize } Z = \frac{\pi}{4}d^2 + \pi d h$$

$$\text{Subject to} \quad \frac{\pi}{4}d^2 h \geq 500$$

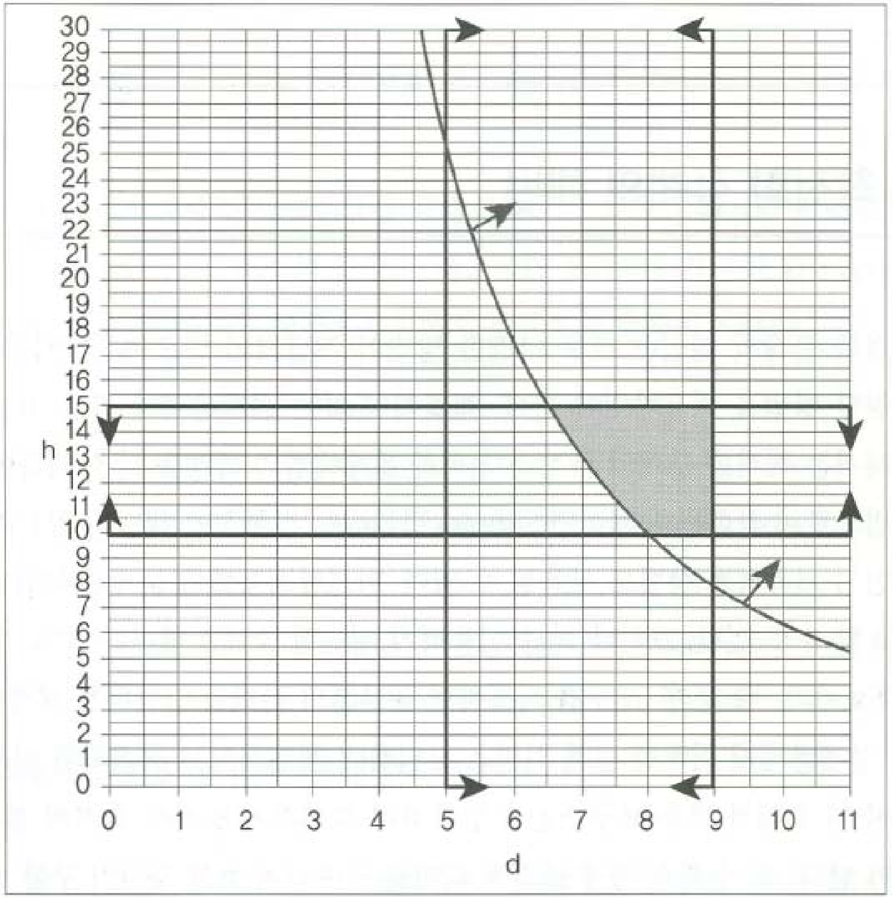
$$d \geq 5$$

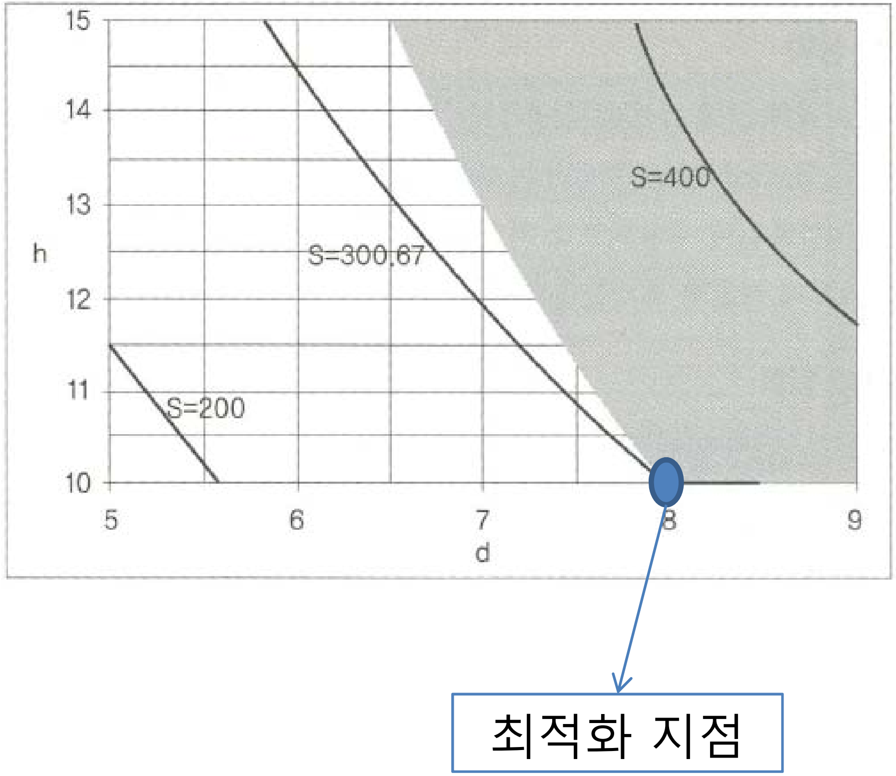
$$-d \geq 9$$

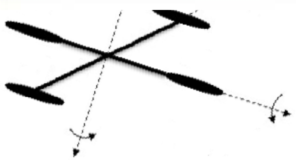
$$h \geq 10$$

$$-h \geq 15$$

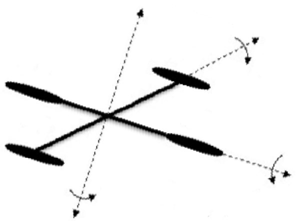
- 최적화 설계의 해법

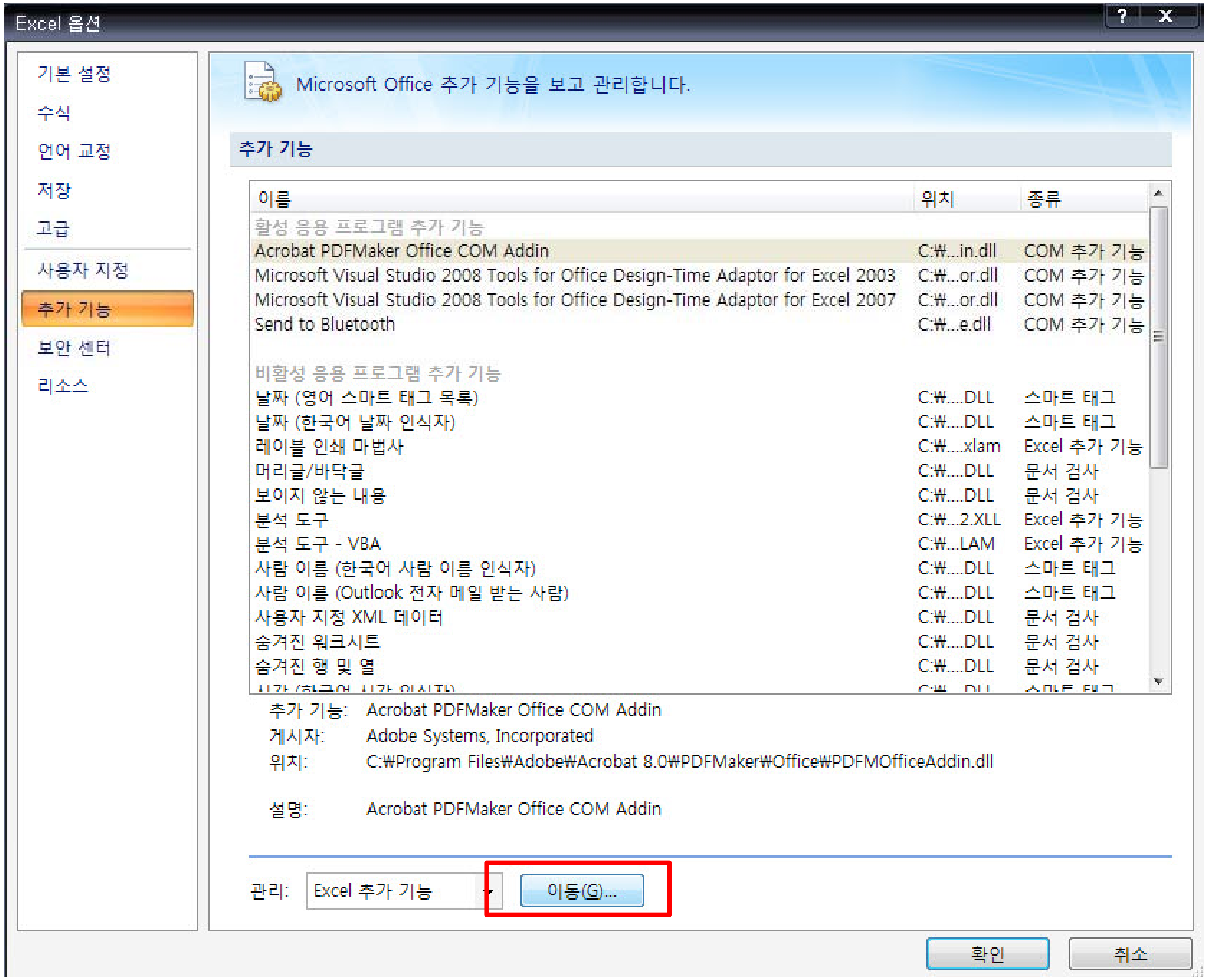

h
d
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

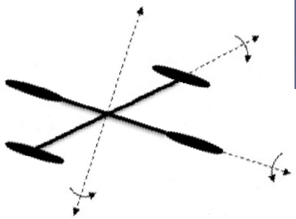

S=400
S=300.67
S=200
h
d
5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15
최적화 지점

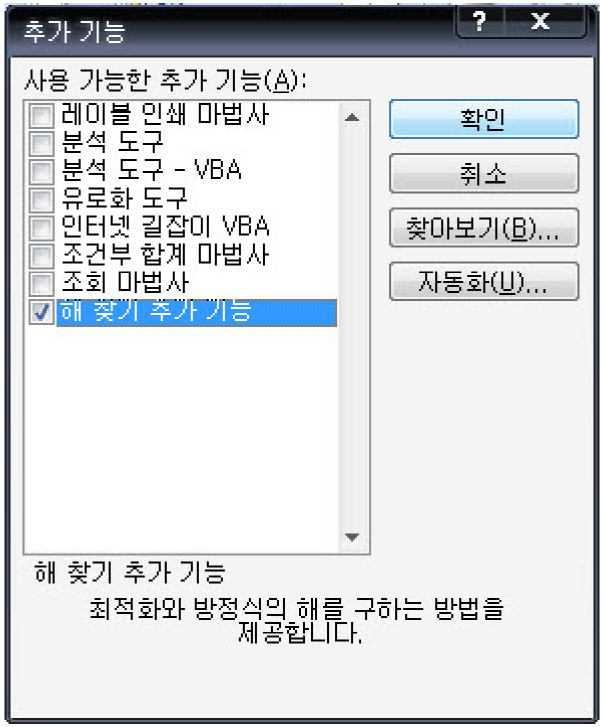


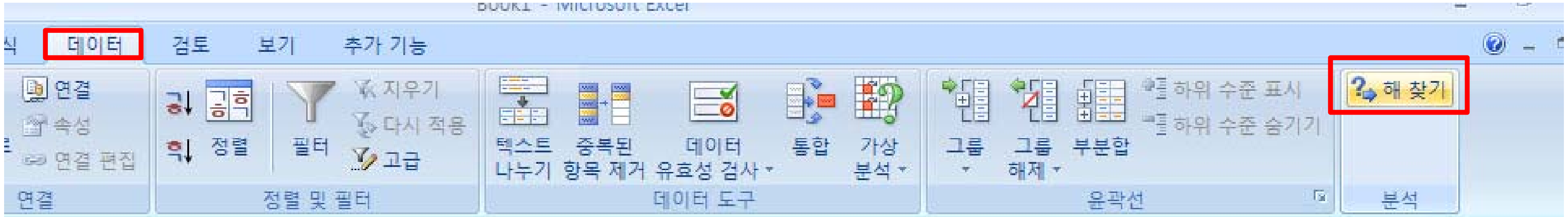
- 엑셀을 이용한 수치해석적 방법

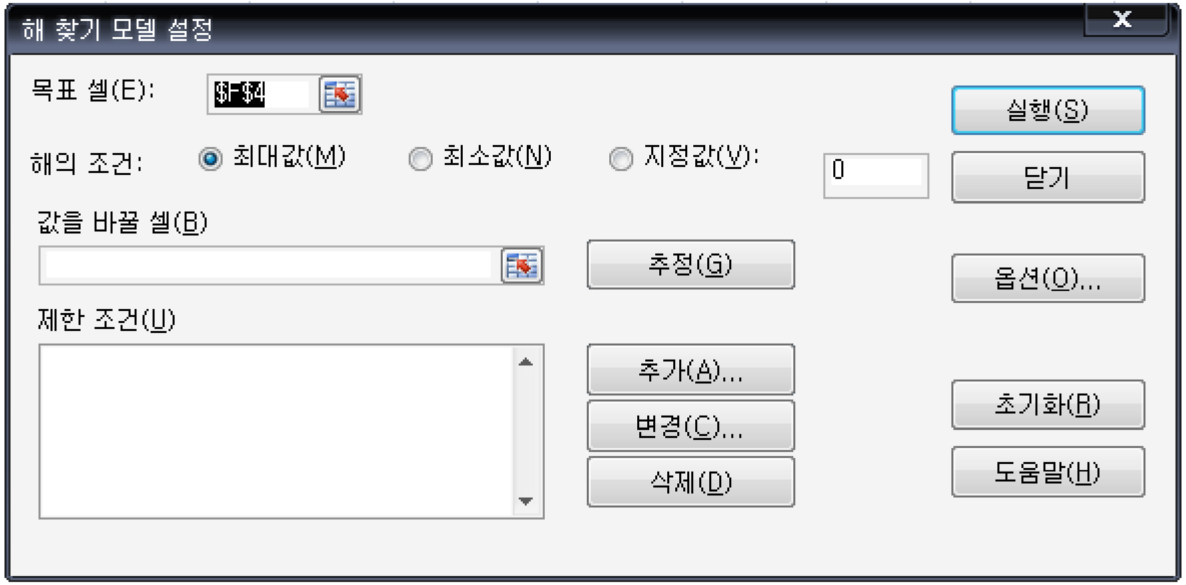



Excel 옵션
기본 설정
수식
언어 교정
저장
고급
사용자 지정
추가 기능
보안 센터
리소스
Microsoft Office 추가 기능을 보고 관리합니다.
추가 기능
이름
위치
종류
활성 응용 프로그램 추가 기능
Acrobat PDFMaker Office COM Addin C:₩...in.dll COM 추가 기능
Microsoft Visual Studio 2008 Tools for Office Design-Time Adaptor for Excel 2003 C:₩...or.dll COM 추가 기능
Microsoft Visual Studio 2008 Tools for Office Design-Time Adaptor for Excel 2007 C:₩...or.dll COM 추가 기능
Send to Bluetooth C:₩...e.dll COM 추가 기능
비활성 응용 프로그램 추가 기능
날짜 (영어 스마트 태그 목록) C:₩....DLL 스마트 태그
날짜 (한국어 날짜 인식자) C:₩....DLL 스마트 태그
레이블 인쇄 마법사 C:₩....xlam Excel 추가 기능
머리글/바닥글 C:₩....DLL 문서 검사
보이지 않는 내용 C:₩....DLL 문서 검사
분석 도구 C:₩...2.XLL Excel 추가 기능
분석 도구 - VBA C:₩...LAM Excel 추가 기능
사람 이름 (한국어 사람 이름 인식자) C:₩....DLL 스마트 태그
사람 이름 (Outlook 전자 메일 받는 사람) C:₩....DLL 스마트 태그
사용자 지정 XML 데이터 C:₩....DLL 문서 검사
숨겨진 워크시트 C:₩....DLL 문서 검사
숨겨진 행 및 열 C:₩....DLL 문서 검사
추가 기능: Acrobat PDFMaker Office COM Addin
게시자: Adobe Systems, Incorporated
위치: C:₩Program Files₩Adobe₩Acrobat 8.0₩PDFMaker₩Office₩PDFMOfficeAddin.dll
설명: Acrobat PDFMaker Office COM Addin
관리: Excel 추가 기능
이동(G)...
확인
취소




추가 기능
사용 가능한 추가 기능(A):
레이블 인쇄 마법사
분석 도구
분석 도구 - VBA
유로화 도구
인터넷 길잡이 VBA
조건부 합계 마법사
조회 마법사
해 찾기 추가 기능
확인
취소
찾아보기(B)...
자동화(U)...
해 찾기 추가 기능
최적화와 방정식의 해를 구하는 방법을
제공합니다.


데이터
검토
보기
추가 기능
연결
속성
연결 편집
정렬
필터
지우기
다시 적용
고급
텍스트 나누기
중복된 항목 제거
데이터 유효성 검사
통합
가상 분석
그룹
그룹 해제
부분합
하위 수준 표시
하위 수준 숨기기
해 찾기
연결
정렬 및 필터
데이터 도구
윤곽선
분석


해 찾기 모델 설정
목표 셀(E):
$F$4
실행(S)
해의 조건:
최대값(M)
최소값(N)
지정값(V):
0
닫기
값을 바꿀 셀(B)
추정(G)
옵션(O)...
제한 조건(U)
추가(A)...
변경(C)...
삭제(D)
초기화(R)
도움말(H)

$$\frac{\pi}{4}d^2h \geq 500 \cdots\cdots ①$$

$$d \geq 5 \quad \cdots\cdots ②$$

$$-d \geq 9 \quad \cdots\cdots ③$$

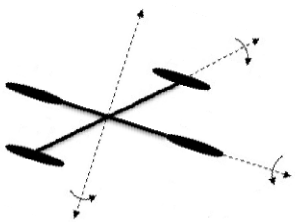
$$h \geq 10 \quad \cdots\cdots ④$$

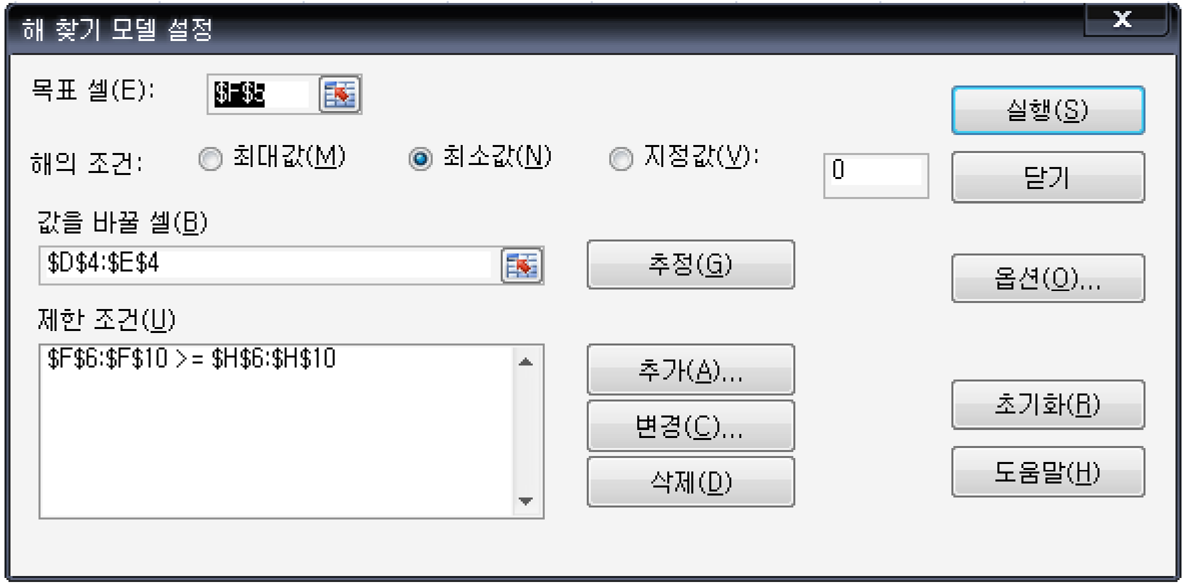
$$-h \geq 15 \quad \cdots\cdots ⑤$$

E4 =(PI()/4)*D2^2*C2

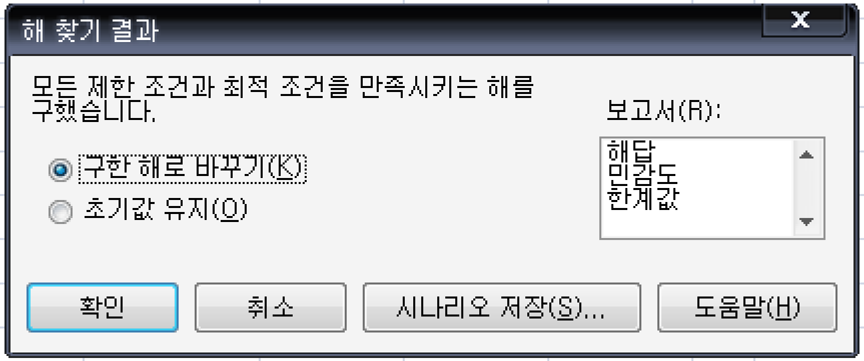
	A	B	C	D	E	F	G
1			높이(h)	직경(d)	함수		
2	결정변수	cm	0	0			
3	목적함수	비용최소화			=(PI()/4)*D2^2+PI()*D2*C2		
4	제한조건	용량			=(PI()/4)*D2^2*C2	>=	500
5		높이	1	0	=C5*$C$2	>=	10
6		높이	-1	0	=C6*$C$2	>=	-15
7		직경	0	1	=D7*$D$2	>=	5
8		직경	0	-1	=D8*$D$2	>=	-9

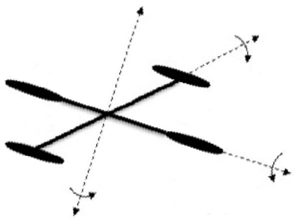
		높이	직경	함수		
결정변수		**0**	**0**			
목적함수	**비용최소화**			**0**		
제한조건	**용량**			0	>=	**500**
	높이	1	0	0	>=	**10**
	높이	-1	0	0	>=	**-15**
	직경	0	1	0	>=	**5**
	직경	0	-1	0	>=	**-9**




해 찾기 모델 설정
목표 셀(E): $F$5
실행(S)
해의 조건: 최대값(M) 최소값(N) 지정값(V): 0
닫기
값을 바꿀 셀(B)
$D$4:$E$4
추정(G)
옵션(O)...
제한 조건(U)
$F$6:$F$10 >= $H$6:$H$10
추가(A)...
변경(C)...
삭제(D)
초기화(R)
도움말(H)

		높이	직경	함수		
결정변수		10	7.98087			
목적함수	비용최소화			300.599		
제한조건	용량			500	>=	500
	높이	1	0	10	>=	10
	높이	-1	0	-10	>=	-15
	직경	0	1	7.980869	>=	5
	직경	0	-1	-7.98087	>=	-9

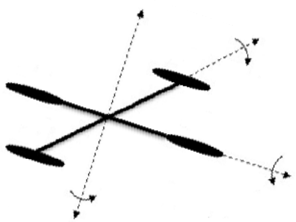


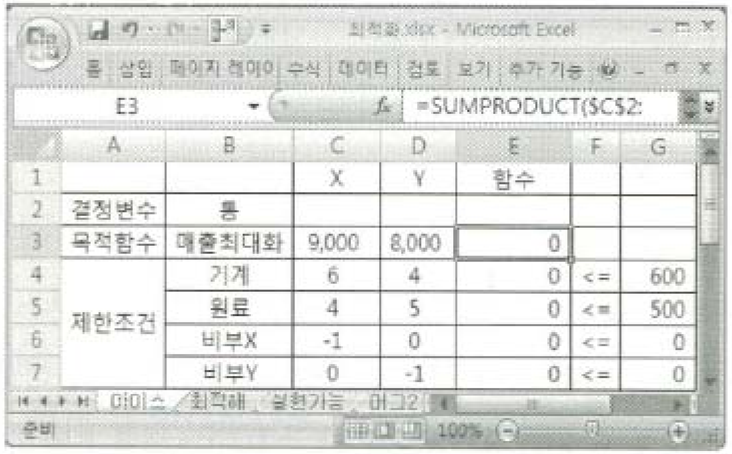


- 최적화 설계 사례

(주)창원빙과는 매출을 최대화할 목적으로 아이스크림 A와 B의 1일 생산량(통)을 결정하려고 한다. 따라서 결정해야하는 설계변수 X는 A의 1일 생산량으로, 설계변수 Y는 B의 1일 생산량으로 정한다. A를 X통 생산하여 판매하면 9,000X원의 매출이 발생하고, B를 Y통 생산하여 판매하면 8,000Y원의 매출이 발생하므로 목적함수는 $Z = 9{,}000X + 8{,}000Y$를 최대화하는 것이다. 제한조건으로는 기계사용시간과 원료사용량에 제한이 있다는 것이다. 또한 X, Y는 양수여야 하므로 비부조건도 포함하여야 한다. 이 최적화 설계 문제는 다음과 같이 모형화 된다.

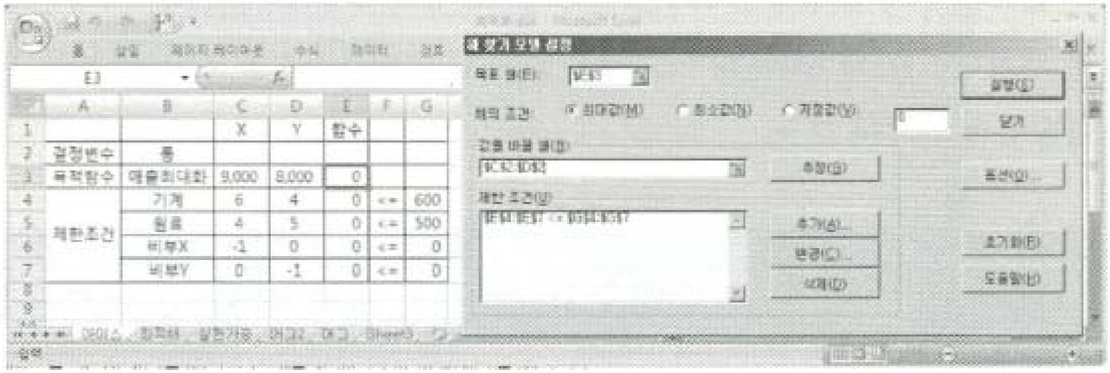
$$
\begin{aligned}
&\text{Maximize } Z = 9{,}000X + 8{,}000Y \\
&\quad \text{Subject to} \qquad 6X + 5Y \le 600 \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\ \ 4X + 5Y \le 500 \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\ \ X \ge 0,\ Y \ge 0
\end{aligned}
$$





최적화.xlsx - Microsoft Excel
E3
=SUMPRODUCT($C$2:
A B C D E F G
1 X Y 함수
2 결정변수 통
3 목적함수 매출최대화 9,000 8,000 0
4 제한조건 기계 6 4 0 <= 600
5 원료 4 5 0 <= 500
6 비부X -1 0 0 <= 0
7 비부Y 0 -1 0 <= 0
미이스 최적해 실현가능 머그2
준비 100%

최적화.xlsx - Microsoft Excel
A1
A B C D E F G
1 X Y 함수
2 결정변수 통
3 목적함수 매출최대화 9000 8000 =SUMPRODUCT($C$2:$D$2,C3:D3)
4 제한조건 기계 6 4 =SUMPRODUCT($C$2:$D$2,C4:D4) <= 600
5 원료 4 5 =SUMPRODUCT($C$2:$D$2,C5:D5) <= 500
6 비부X -1 0 =SUMPRODUCT($C$2:$D$2,C6:D6) <= 0
7 비부Y 0 -1 =SUMPRODUCT($C$2:$D$2,C7:D7) <= 0
준비 평균: 953.5263158 개수: 35 합계: 18117 100%

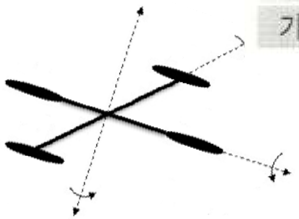


해 찾기 모델 설정
A B C D E F G
1 X Y 함수
2 결정변수 통
3 목적함수 매출최대화 9,000 8,000 0
4 제한조건 기계 6 4 0 <= 600
5 원료 4 5 0 <= 500
6 비부X -1 0 0 <= 0
7 비부Y 0 -1 0 <= 0

	A	B	C	D	E	F	G
1			X	Y	함수		
2	결정변수	통	71	43			
3	목적함수	매출최대화	9,000	8,000	985,714		
4	제한조건	기계	6	4	600	<=	600
5		원료	4	5	500	<=	500
6		비부X	-1	0	-71	<=	0
7		비부Y	0	-1	-43	<=	0

(주)창원축산은 소를 사육하여 양질의 쇠고기를 공급한지 30년이나 되는 기업이다. 이 회사는 곡물을 배합하여 소 사육에 적합한 영양소를 함유한 사료를 자체 생산하고 있다. 매주 곡물 가격변동을 고려하여 선형계획법으로 최소비용이 드는 사료배합을 함으로써 원가절감을 할 수 있어 오래전부터 가격경쟁력이 있는 쇠고기를 생산할 수 있었다. 사료의 원료로 사용하는 옥수수, 보리, 귀리, 밀의 1 kg당 영양분 함유량과 가격, 사료의 영양소 요구량 등은 다음 표와 같다. 또한 소에게 한 번에 너무 많은 사료를 먹일 수 없으므로 총 배합량은 5kg을 넘을 수 없다. (주)창원축산은 소 사육두수에 맞는 사료를 생산하기 위해 1회분의 사료에 맞는 배합량을 구하려고 한다. 비용을 최소로 하는 배합방법을 설계해 보자.

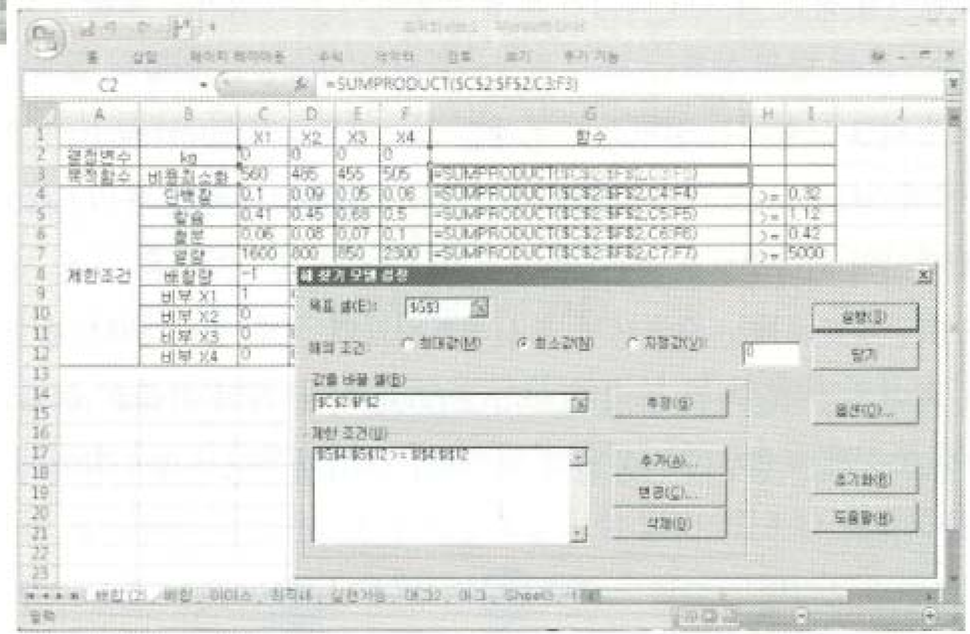
영양소	원료				1일 최소 필요량
	옥수수	보리	귀리	밀	
단백질(kg)	0.10	0.09	0.05	0.06	0.32
칼슘(kg)	0.41	0.45	0.68	0.50	1.12
철분(kg)	0.06	0.08	0.07	0.10	0.42
열량(kcal)	1,600	800	850	2,300	5,000
가격(원)	560	485	455	505	

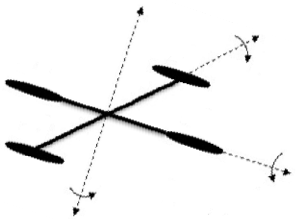


(주)창원축산에서 결정해야할 설계변수는 사료배합에 들어가는 원료의 양이므로 옥수수 투입량을 X_1, 보리 투입량을 X_2, 귀리 투입량을 X_3, 밀 투입량을 X_4라고 한다. 목적함수는 원료투입비용의 합을 최소화하는 것이다. 제한조건은 사료가 포함해야할 영양분의 량이 될 것이다. 이 최적화 설계 문제는 다음과 같이 모형화 된다. 최소화문제는 제한조건식을 좌변에 두고 우변의 가용자원보다 '크거나 같다(≥)' 로 표현하는 것이 편리하다.

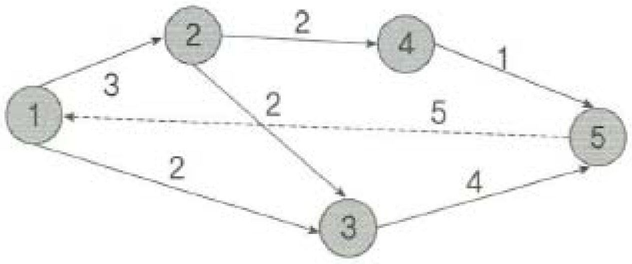
$$
\begin{aligned}
&\text{Minimize } Z = 560X_1 + 485X_2 + 455X_3 + 504X_4 \\
&\quad \text{Subject to} \quad .10X_1 + .09X_2 + .05X_3 + .06X_4 \geq .32 \\
&\qquad\qquad\qquad\quad .41X_1 + .45X_2 + .68X_3 + .50X_4 \geq 1.12 \\
&\qquad\qquad\qquad\quad .06X_1 + .08X_2 + .07X_3 + .10X_4 \geq .42 \\
&\qquad\qquad\quad 1{,}600X_1 + 800X_2 + 850X_3 + 2{,}300X_4 \geq 5{,}000 \\
&\qquad\qquad\qquad\quad -X_1 - X_2 - X_3 - X_4 \geq -5 \\
&\qquad\qquad\qquad\quad X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, X_4 \geq 0
\end{aligned}
$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			X1	X2	X3	X4	함수		
2	결정변수	kg							
3	목적함수	비용최소화	560	485	455	505	0.00		
4	제한조건	단백질	0.10	0.09	0.05	0.06	0.00	>=	0.32
5		칼슘	0.41	0.45	0.68	0.50	0.00	>=	1.12
6		철분	0.06	0.08	0.07	0.10	0.00	>=	0.42
7		열량	1,600	800	850	2,300	0.00	>=	5,000.00
8		배합량	-1	-1	-1	-1	0.00	>=	-5.00
9		비부 X1	1	0	0	0	0.00	>=	0.00
10		비부 X2	0	1	0	0	0.00	>=	0.00
11		비부 X3	0	0	1	0	0.00	>=	0.00
12		비부 X4	0	0	0	1	0.00	>=	0.00



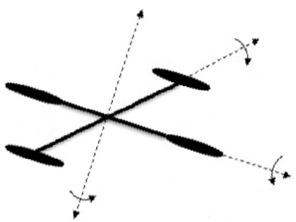


- 네트워크 문제



-일련의 활동과 그 선후관계를 나타낸 것
-일정계획을 최적화
-관리의 효율성 최적화
-의사결정상황의 구현이 용이함

-최단경로문제
-최대유동량문제



- 최적화 문제 모형화

창원정유(주)에서 결정해야할 설계변수는 어떤 송유관으로 몇 단위의 기름을 보내느냐이다. 따라서 설계변수를 i마디에서 j마디로 배급하는 기름의 양으로 표시하여 X_{ij}로 한다. 여기서 $i = 1,\cdots,5$이고 $j = 1,\cdots,5$이므로 설계변수는 모두 25개 이다. 최대유동량 문제를 모형화 하는 데 하나의 착안점은 어떤 마디로 들어온 기름의 량과 그 마디에서 빠져나간 기름의 량은 같아야한다는 것이다. 또 하나는 목적지에서는 들어오기만 하고 나가는 기름이 없으므로 해를 구하기 위하여 목적지에서 출발지로 가상의 송유관을 추가하고 최대 공급량은 출발지에서 빠져나갈 수 있는 용량인 5단위로 한다. 이 최적화 설계 문제는 다음과 같이 모형화 된다.

$$\textit{Minimize } Z = X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15}$$

Subject to

$$(X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51}) - (X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15}) = 0 \cdots\cdots ⑥$$

$$(X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52}) - (X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25}) = 0 \cdots\cdots ⑦$$

$$(X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53}) - (X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35}) = 0 \cdots\cdots ⑧$$

$$(X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54}) - (X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45}) = 0 \cdots\cdots ⑨$$

$$(X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55}) - (X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55}) = 0 \cdots\cdots ⑩$$

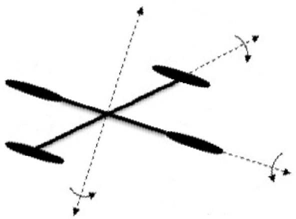
$$X_{11} = 0, X_{12} \leq 3, \cdots, X_{15} = 0$$

$$X_{21} = 0, X_{22} = 0, \cdots, X_{25} = 0$$

$$\ddots$$

$$X_{51} \leq 3, X_{52} = 0, \cdots\cdots, X_{55} = 0$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ for } \textit{all } i \text{ and } j$$



최적화.xlsx:1 - Microsoft Excel

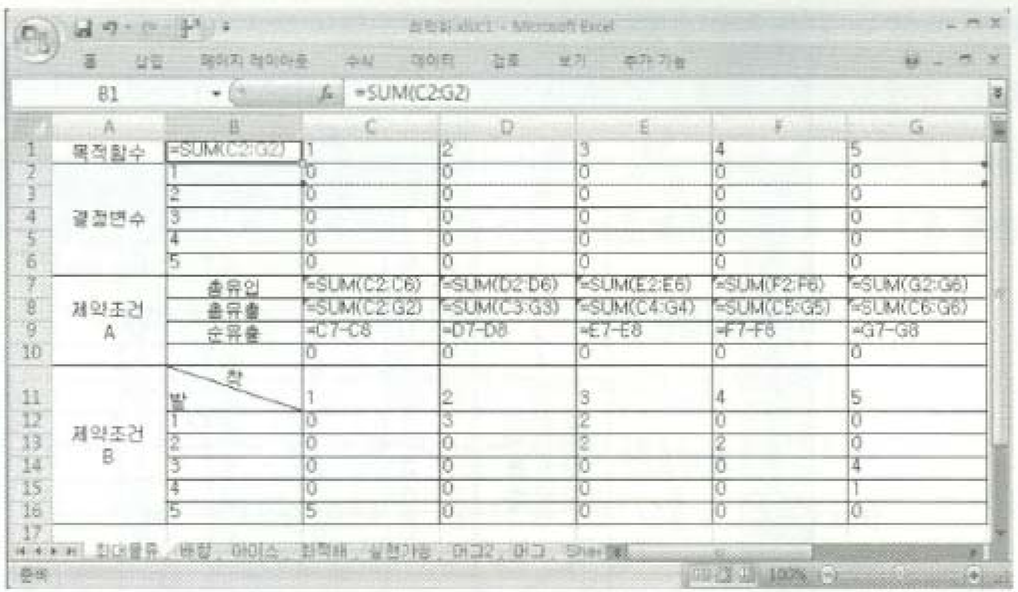
홈 | 삽입 | 페이지 | 수식 | 데이터 | 검토 | 보기 | 추가 기

B1 f_x =SUM(C2:G2)

	A	B	C	D	E	F	G
1	목적 함수	0	1	2	3	4	5
2	결정변수	1	0	0	0	0	0
3		2	0	0	0	0	0
4		3	0	0	0	0	0
5		4	0	0	0	0	0
6		5	0	0	0	0	0
7	제약조건 A	총유입	0	0	0	0	0
8		총유출	0	0	0	0	0
9		순유출	0	0	0	0	0
10			0	0	0	0	0
11	제약조건 B	착 / 발	1	2	3	4	5
12		1	0	3	2	0	0
13		2	0	0	2	2	0
14		3	0	0	0	0	4
15		4	0	0	0	0	1
16		5	5	0	0	0	0

최대물류 | 배합 | 아이스 | 최

준비 100%



B1 =SUM(C2:G2)

	A	B	C	D	E	F	G
1	목적함수	=SUM(C2:G2)	1	2	3	4	5
2	결정변수	1	0	0	0	0	0
3		2	0	0	0	0	0
4		3	0	0	0	0	0
5		4	0	0	0	0	0
6		5	0	0	0	0	0
7	제약조건 A	총유입	=SUM(C2:C6)	=SUM(D2:D6)	=SUM(E2:E6)	=SUM(F2:F6)	=SUM(G2:G6)
8		총유출	=SUM(C2:G2)	=SUM(C3:G3)	=SUM(C4:G4)	=SUM(C5:G5)	=SUM(C6:G6)
9		순유출	=C7-C8	=D7-D8	=E7-E8	=F7-F8	=G7-G8
10			0	0	0	0	0
11	제약조건 B	착 / 발	1	2	3	4	5
12		1	0	3	2	0	0
13		2	0	0	2	2	0
14		3	0	0	0	0	4
15		4	0	0	0	0	1
16		5	5	0	0	0	0